

Eléments de correction - IE1 - Groupe ENS

Exercice 1

1.

$$\sum_{i=1}^6 (x_i - 9) = (x_1 - 9) + (x_2 - 9) + \dots + (x_6 - 9)$$
$$\sum_{i=1}^6 (x_i - 9) = \sum_{i=1}^6 (x_i) - 9 \times 6 = 10 - 54 = -44$$

2.

$$\sum_{i=1}^6 (2x_i - 5)^2 = (2x_1 - 5)^2 + (2x_2 - 5)^2 + \dots + (2x_6 - 5)^2$$
$$\sum_{i=1}^6 (2x_i - 5)^2 = \sum_{i=1}^6 (4x_i^2 - 20x_i + 25)$$
$$\sum_{i=1}^6 (2x_i - 5)^2 = 4 \sum_{i=1}^6 x_i^2 - 20 \sum_{i=1}^6 x_i + 6 \times 25 = 350$$

Exercice 2 : Signe Σ - 2 points

$$\sum_{j=1}^{w^2} (2j - w) = 2 \sum_{j=1}^{w^2} j - w^3 = w^4 + w^2 - w^3$$

Exercice 3

1.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i + y_i) &= x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \dots + x_n + y_n \\ &= x_1 + x_2 + \dots + x_n + y_1 + y_2 + \dots + y_n \\ &= \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned}$$

La différence entre les deux est donc nulle. On a utilisé ici les propriétés de commutativité de l'opérateur somme.

2. $\sum_{i=1}^n x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i &= \sum_{i=1}^n x_i \times (y_1 + y_2 + \dots + y_n) \\
&= (x_1 \times (y_1 + y_2 + \dots + y_n)) + (x_2 \times (y_1 + y_2 + \dots + y_n)) \\
&\quad + \dots + (x_n \times (y_1 + y_2 + \dots + y_n)) \\
&= x_1 y_1 + x_1 y_2 + \dots + x_1 y_n + x_2 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_2 y_n \\
&\quad + \dots + x_n y_1 + x_n y_2 + \dots + x_n y_n
\end{aligned}$$

On obtient alors $\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_i y_j$.